

# 리게티(Ligeti)의 현악 4중주 2번, 3 악장 : 수학적 모형들

田 美 恩

## 서 론

헝가리 작곡가 죠지 리게티(György Ligeti, 1923~ )는 그의 현악4중주 2번이 그에게 특히 의미가 있는 중요한 작품으로, 이미 “리게티와의 대화”(Conversation with Ligeti)<sup>1)</sup>란 책에서도 밝혔듯이, 이 작품을 통해서 그의 작곡기법이 구체화되었다고 말했다.

이제, 이 글을 통하여 수학적 모형들에 초점을 맞추면서 현악4중주 2번 3악장을 논하려고 한다. 음악의 수학적 개념이란 비단 20C의 현상일뿐 아니라 오래전의 유럽음악이나 다른 문화권의 음악에서도 적용되었던 개념이라 생각된다.

“음악은 수학적 학문이다. 특히 기하학적 학문이다”라고 성·어거스틴<sup>2)</sup>(St. Augustine)은 말했다. 이것의 참된 이해를 위하여는 기본적인 세단계가 필요한데 : 수학의 본질인 법칙을 아는 것; 그것을 음악적 창조에 적용하는 것; 그리고 실제작품에서 그 법칙을 발견하는 것이다.

독일의 힐더가르트 폰 빙엔(Hildegard von Bingen)에서부터 슈베르트와 베베른에 이르기까지의 수많은 수학적 모형들의 예가 이미 작곡가이며 이론가인 포찌·에스콧<sup>3)</sup>(Pozzi Escot)에 의해 제시되어 있었다.

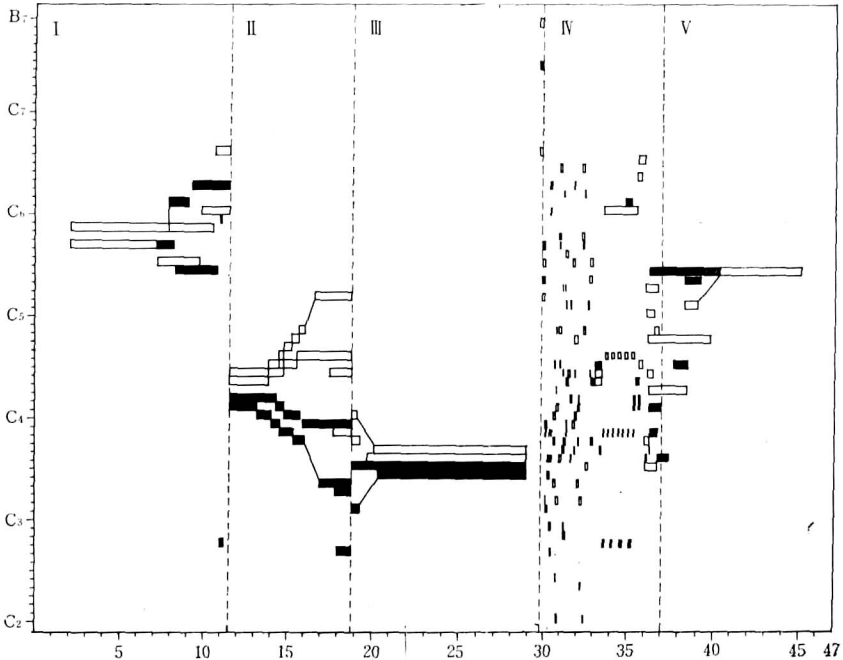
- 1) 리게티, 죠지(Ligeti, Gyorgy), 리게티와의 대화(NY, Da Capo Books, C1985).
- 2) 작곡가이며 이론가인 포찌·에스콧의 논문 “고딕식 성당과 힐더가르트 폰 빙엔의 Chant에 감추어진 기하학”에서 인용함.
- 3) 포찌·에스콧의 엡세이를 참고 : *Contiguous Lines* (University Press of America), *Perspectives of New Music, Theory and Practice, Sonus*.

## 비 울

### A. 빠르기표

현악4중주 2번 3악장은 크게 다섯부분으로 나뉘어질 수 있다: 첫번째 부분(Section I)은 처음부터 12마디 둘째 박자까지, 두번째 부분(Section II)은 12마디 셋째 박자부터 19마디 셋째 박자까지, 세번째 부분(Section III)은 19마디 넷째 박자부터 30마디 셋째 박자까지, 네번째 부분(Section IV)은 30마디 넷째 박자부터 37마디 끝까지 그리고 마지막 부분(Section V)은 38마

Ex. 1

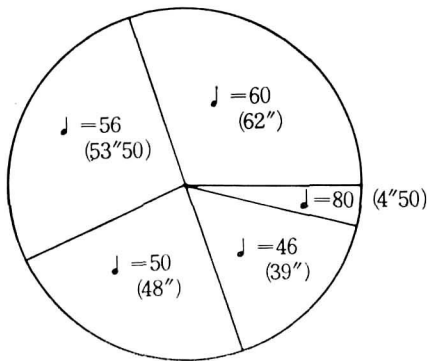


디 처음부터 3악장의 끝까지(47마디)로 나뉘어진다.

Ex. 1의 Spatial 그래프에서 볼 수 있듯이, 각각의 다섯 부분들은 매우 독특한 모양과 움직임을 나타내고 있다. 또한, 서로 다른 빠르기표를 나타내고 있는데 그 빠르기표들은 다음과 같다: Sec. I의 빠르기표는 ♩=56이며, Sec. II ♩=46, Sec. III ♩=50과 ♩=60, Sec. IV ♩=60, ♩=56, ♩=80과 ♩=60, 그리고 마지막 Sec. V는 ♩=60의 빠르기표를 보여 준다.

빠르기표에 나타나 있는 비율(Exx. 2a, 2b, 2c)

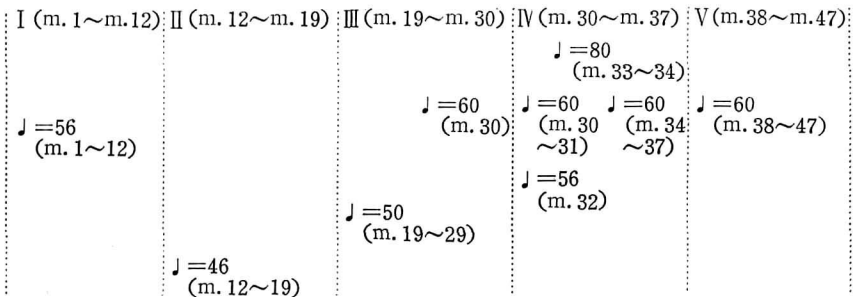
Ex. 2a



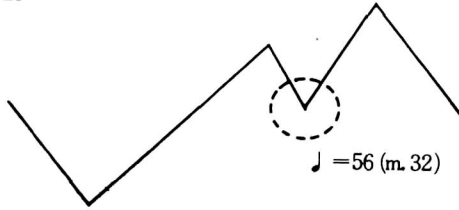
whole duration (207") 360°

♩=60 (62")	107°
♩=50 (53"50)	93°
♩=50 (48")	84°
♩=46 (39")	67°
♩=80 (4"50)	8°

Ex. 2b



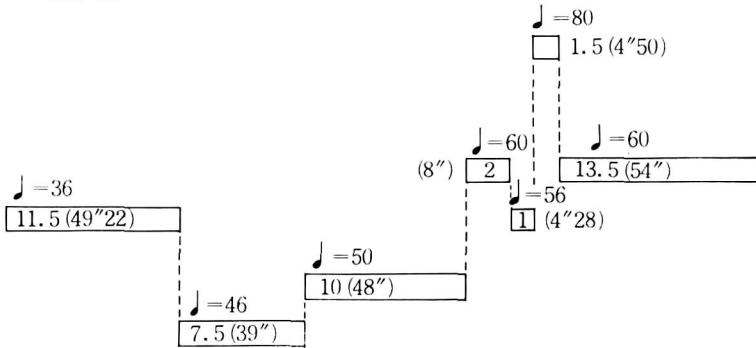
Ex. 2c



○로 표시된 ♩ = 56의 32마디는 속도면에서 상승세를 보이며 그리고 있는 전체의 모양에 일시적으로 흐름의 단절을 보여 준다.

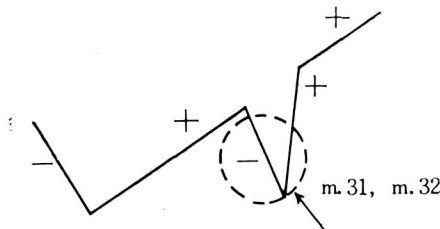
길이(마디수와 시간)에 나타나 있는 비율(Exx. 3a, 3b)

Ex. 3a



Ex. 3b

$$11, 5(49''22) - 7, 5(39'') + 10(48'') - 2(8'') - 1(4''28) + 1, 5(4''50) + 13, 5(54'')$$

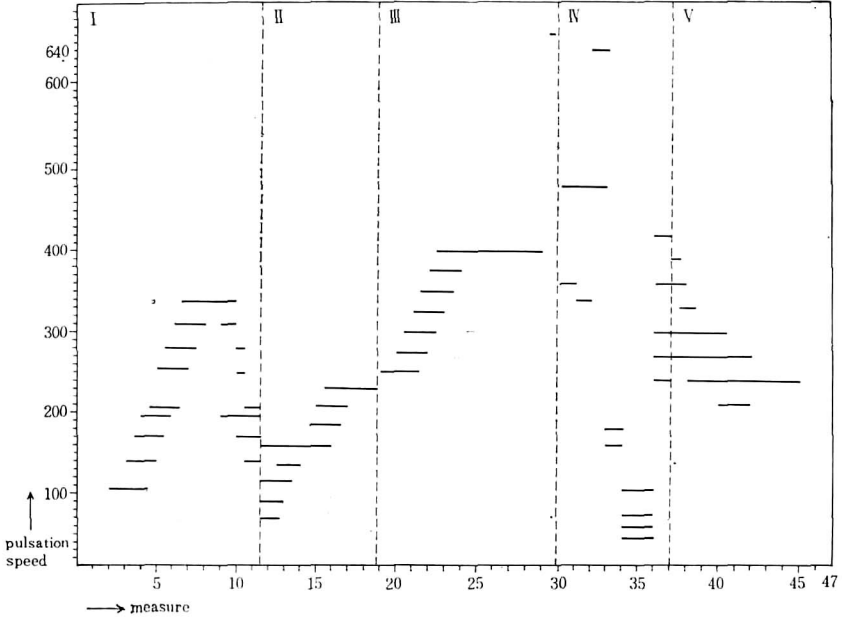


○로 표시된 부분인 31, 32마디에 나타난 갑작스런 하향선은 전체적으로 상향하는 흐름에 일시적인 단절을 보여 준다.

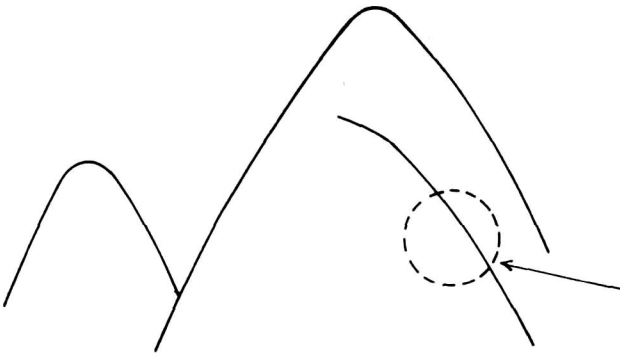
Pulsation speed에 나타나 있는 비율(Exx. 4a, 4b)

Pulsation speed 그래프(Ex. 4a)에서 우리는 Sec. I 에 나타나 있는 작은 time 아아취(arch)와 Sec. II에서 시작되어 끝까지 연결되는 더욱 큰 time

Ex. 4a



Ex. 4b



아아취가 나타나 있음을 볼 수 있다. 큰 time 아아취의 시작은 12마디에서 부터 비롯되며 69라는 가장 낮은 pulsation speed를 나타내고 점차로 증가하여 Sec. IV의 33마디에서는 640이라는 최고의 Pulsation speed를 보이며 정점을 이룬다. 그후 또 점차 감소하여 Sec. V까지 하향곡선을 그린다. 이외에도 큰 time 아아취를 방해하는 또 다른 선이 31마디부터 36마디에 걸쳐 나타나 있음을 볼 수 있다.

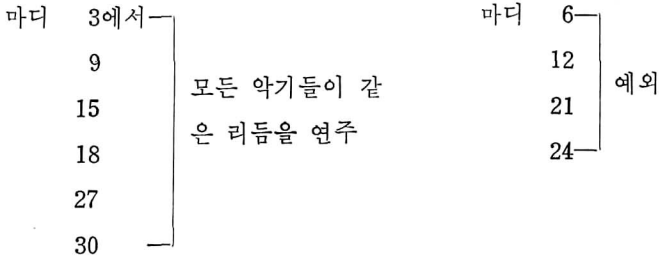
위에서 제시한(A항) 모든 예제들(Ex. 2b, 2c, 3a, 3b, 4a와 4b)을 통하여, 즉 빠르기표에, 길이(마디수, 시간), pulsation speed에 나타나 있는 비율들의 그래프를 통하여, 각각의 그래프에서 공통적으로 발견되었던 전체적인 흐름에 나타난 일시적인 단절이 현악4중주 2번 3악장에 적용된 전체적인 음악구조상의 아이디어임을 알 수 있다.

<p style="text-align: center;">1--2--3--5(8)-----13-----21-----34          3----(6)--9--(12)--15--18--(21)--(24)--27--30</p>
--

## B. 중요한 음악적 사건과 관련깊은 Fibonacci Series

- 마디
- 1 휴지(休止)
  - 2 휴지(休止)
  - 3 모든 악기의 연주로 작품이 시작된다.
  - 5 각 악기들의 리듬패턴이 모두 다르다.
  - 13 새로운 빠르기표를 갖는 Sec. II로 바뀌기 시작한다.
  - 21 낮고 좁은 음역과 반복되는 음들로 구성된 Sec. III의 전형적인 모습으로 정착되기 시작한다.
  - 34 34마디의 중간부분부터 새로운 빠르기표를 갖는 Sec. V로 바뀌기 시작한다.

### C. 3의 배수



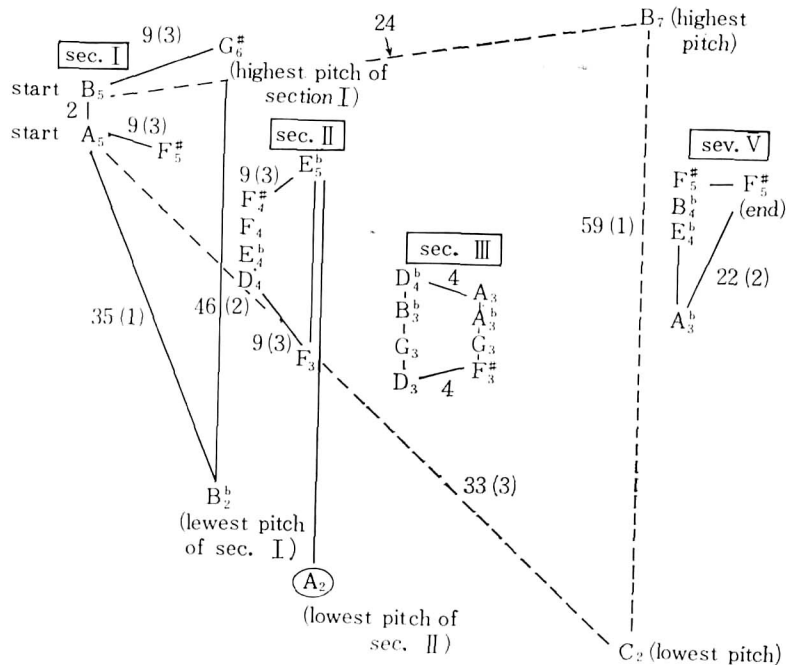
### D. Golden Section(황금분할)

Positive Golden Section은 29마디에서 일어나며 negative G.S.은 18마디에서 일어나고 있다. 29마디에서 유도되기 시작한 클라이막스는 30마디에서 폭발하며, 18마디에서는 모든 악기들의 똑같은 리듬연주로 negative G.S.을 일치시키고 있다. 여기 18마디에서의 리듬은 3마디 더 계속되며, 여기에서 처음으로 *doble stop*이 나타난다.

### E. 음악속에 감추어진 기하학

음역, 음, 템포의 상호관계에 따라 Ex. 5의 사각형, 삼각형의 도표를 그릴 수 있다. 음(pitch)과 음사이의 거리, 즉 음정의 표시 숫자를 살펴보면, Sec. I에서의 가로방향으로 나타나 있는 숫자 ③(위), ③(아래)과 세로방향의 ②(시작), ②(끝)와 Sec. II에서의 가로방향숫자 ③(위), ③(아래), Sec. III에서의 가로방향숫자 ④(위), ④(아래) 등에서 대칭적 성질을 발견할 수 있다. 또한 3악장 처음 시작부분의 음정 ②(B<sub>5</sub>와 A<sub>5</sub> 사이의)와 끝의 음정 ②(F<sub>♯</sub>와 A<sub>5</sub>)도 대칭적이라는 사실을 알 수 있다. 이외에도 위에 나타난 음정숫자는 ③, ⑨, ②4, ③3 등의 3의 배수로 C항에서 밝혔던 3의 배수의 중요성과 함께 서로 연관이 있음을 또한 알 수 있다.

Ex. 5



## 결 론

지금까지 살펴 본 음악속에 내재된 비율들은 음악의 음역, 리듬, 구조를 구성하는 체계적이고 수학적인 방법들을 제공한다. 우리는 클라이막스의 순간인 30마디가 모든 내재된 비율들(proportions)을 종합하고 있다는 사실을 인식할 수 있다. 가장 넓은 음역(C<sub>2</sub>-B<sub>7</sub>), 가장 높은 pulsation speed(640), 또 템포나 다이내믹의 빠른 변화등이 클라이막스인 30마디를 더욱 클라이막스처럼 만들고 있다. 또한 클라이막스가 나타나기 이전부터, 좁은 음역에서 규칙적으로 나뉘어지는 리듬으로, *pp*, *ppp*, *pppp*의 아주 약한 dynamic 등으로 클라이막스로 이끌기 위해 준비하고 있다.



기본적인 대칭적 개념도 여기에 존재한다 : 즉 시작부분의 2마디와 마지막 2마디의 Silence; Fibonacci Series와 3의 배수와 관련된 음악의 흐름의 중요한 순간들; 그리고 마지막으로 감추어진 기하학이 음(pitch)과, 템포와 음역의 세세한 관계들도 보여 준다. 이러한 모든 것이 작품에 변화성과 통일감을 주며 리게티의 “high order regulator”를 설명해 준다.

# MATHEMATICAL MODEL: Ligeti's *Second String Quartet*, 3rd Movement

Mee-Eun Jeon

## INTRODUCTION

The composer Gyorgy Ligeti has said that his *Second String Quartet* is very important to him; that in this work he crystalized his compositional technique as quoted in "Conversation with Ligeti".<sup>1)</sup>

Here I'll be discussing the 3rd movement of the *Second String Quartet*, focusing on the mathematical models. I regard the mathematical concept of music as not only a 20th century development but indeed a concept which we find applied in earlier European music as well as other culture's musics.

Music is a mathematical science, particularly geometry, writes St. Augustine.<sup>2)</sup> Three steps are basic to its true understanding: knowing the laws that are of its essence; applying them in musical creation; and discovering them in actual composition.

Many examples of mathematical models from Hildegard von Bingen to Schubert and Webern have already been shown by composer-theorist Pozzi Escot.<sup>3)</sup>

---

1) Ligeti, Gyorgy. *Ligeti in Conversation*. (NY, Da Capo Books, c1985)

2) as quoted by composer-theorist Pozzi Escot in her article "Gothic Cathedral and the Hidden Geometry of Hildegard von Bingen's Chants".

3) see Pozzi Escot's essays in: *Contiguous Lines* (University Press of America), *Perspectives of New Music, Theory and Practice, Sonus*.

## THE PROPORTIONS

### A. Tempo marking

This third movement can be divided into five sections: The first section is from measure 1 to the middle of measure 12. The second section from the middle of m. 12 to the third beat of m. 19. The third section from the fourth beat of m. 19 to the third beat of m. 30. The fourth section from the fourth beat of m. 30 to the end of m. 37. And the last section is from m. 38 to the end.

As we see the spatial graph (Ex. 1), each section shows a very unique shape and motion. Also, in every section the tempo changes. The tempo markings are: first section ♩=56, second ♩=46, third ♩=50 and ♩=60, fourth ♩=60, ♩=56, ♩=80 and ♩=60, and the last section ♩=60.

#### Proportion in tempo (Exx. 2a, 2b, 2c)

♩=56 of m. 32 is an interruption of the large shape in terms of the speed

#### Proportion in duration(measure and time)(Exx. 3a, 3b)

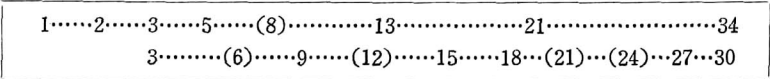
An abrupt decreasing line of m. 31 and m. 32 is an interruption of the entire increasing shape.

#### Proportion in pulsation speed(Exx. 4a, 4b)

In this pulsation speed graph we can see the small time arch appeared in the Section I and the larger time arch of starting from the beginning of the Section II to the end. The large time arch starts in a very low pulsation speed (69) in measure 12 and gets increasing to the Section IV in the highest pulsation speed (640) in measure]

33. And it declines to the end. While in mm. 31~36 an another abrupt decreasing line appears which is an interruption of the large arch.

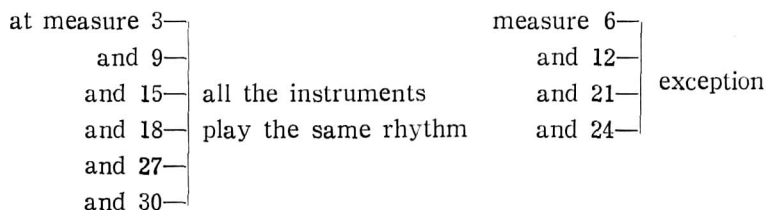
From all those examples (Exx. 2b, 2c, 3a, 3b, 4a, and 4b) I can get the point that they have similarity and relation of having applied an idea of interruption to the whole structure of music.



**B. Fibonacci Series Sounding Significant Musical Event**

- measure 1   silence
- 2   silence
- 3   the work opens with all the instruments playing
- 5   rhythmic pattern of each instrument is different
- 13   changes to the second section with new tempo marking
- 21   establishes the typical shape of the third section with a narrow and low registration and repeated pitches
- 34   changes to the fifth section with new tempo marking in the middle of measure 34. (the movement has 47 measures)

**C. Factors of Three**



**D. Golden Section**

The positive Golden section occurs at measure 29 and the negative

at measure 18. It is measure 29 that initiates the climax which explores at measure 30. At measure 18 the negative Golden section coincides with all the instruments playing the same rhythm and although this has happened previously. Here, at measure 18, it lasts for three measures and it introduces double stop.

#### E. The Hidden Geometry (Ex. 5)

### CONCLUSION

These proportions examined offer systematical and mathematical ways of organizing the register, rhythm, and structure of the music. Also, we can recognize that the climatic moment of measure 30 synthesizes all their proportions. The widest space (C2-B7), the highest pulsation speed, a quick change of tempo and dynamic make this point more climatic. In addition, before the climax of measure 30 a narrow register, regularly subdividing rhythm and the soft sounds in *pp*, *ppp*, *pppp* prepare and lead to the climax.

An underlying symmetry exists here: the opening silence of the first two measures correspond to the silence of the last two measures; the fibonacci series and factors of three sound indeed significant moments in the flow of the music; and finally the hidden geometry shows the precise relation of pitches, tempo and pulsation speed. This all offers the work its unity and variety and accounts for Ligeti's term "high order regulator".